Физические приложения определенного интеграла в школьном курсе математики.

Одной из тем школьного курса математики является «Определенный интеграл». Интеграл ввели в школьную программу в связи с реформами образования конца 60-х – начала 70-х годов XX века. Специфика рассуждений, свойственная математическому анализу, привносит диалектичность в мышление учащегося, способствует формированию представлений о математике как развивающейся науке, позволяет учащимся совершить следующий шаг в обобщении полученных ими знаний из курса элементарной математики, а также открывает перспективу дальнейшего расширения имеющихся знаний. Все это способствует формированию качеств мышления, необходимых в настоящее время каждому образованному человеку, и отвечает социальным требованиям модернизации российского образования.

Однако практика показывает, что трудности, возникающие при изучении этой темы в средней школе, сохраняются. Причины трудностей – высокий уровень абстракции понятий, сложная логическая структура их определений, недостаточность времени для осмысления сложных вопросов.

Поэтому у учащихся не складывается целостного представления о понятии определенного интеграла, а остаются разрозненные, часто не связанные между собой сведения, что не только не способствует развитию математической культуры, но и затрудняет дальнейшее обучение в вузе.

Понятие интеграла является одним из основных в математике. Изучение этой темы завершает школьный курс математического анализа, знакомит учащихся с новым инструментом познания мира, а рассмотрение в школе применения интегрального исчисления к важнейшим разделам физики показывает учащимся значение высшей математики. Поэтому, более широко привлекая задачи практического содержания при изучении данной темы, можно существенно улучшить усвоение понятия интеграла учащимися.

Необходимость связи между учебными предметами диктуется также дидактическими принципами обучения, воспитательными задачами школы, связью обучения с жизнью, подготовкой учащихся к практической деятельности. Эти связи играют важную роль в повышении практической и научно-теоретической подготовки учащихся, существенной особенностью которой является овладение школьниками обобщенным характером познавательной деятельности.

Определенным интегралом от функции *y=f(x)* на отрезке *[a,b]* называется конечный предел ее интегральной суммы, когда число элементарных отрезков неограниченно возрастает, а длина их стремится к нулю.

Определенный интеграл обозначается символом $\int_a^b f(x)dx$ (читается: определенный интеграл от *a* до *b*); *f(x)* называется подынтегральной функцией, *x*- переменной интегрирования, *a* -нижним, *b*-верхним пределом интегрирования.

Схема решения задач на приложения определенного интеграла

С помощью определенного интеграла можно решать различные задачи физики, механики и т. д., которые трудно или невозможно решить методами элементарной математики.

Так, понятие определенного интеграла применяется при решении задач на вычисление работы переменной силы, давления жидкости на вертикальную поверхность, пути, пройденного телом, имеющим переменную скорость, и ряд других.

Несмотря на разнообразие этих задач, они объединяются одной и той же схемой рассуждений при их решении. Искомая величина (путь, работа, давление и т. д.) соответствует некоторому промежутку изменения переменной величины, которая является переменной интегрирования. Эту переменную величину обозначают через *X,* а промежуток ее изменения – через *[a, b].*

Отрезок [a, b] разбивают на n равных частей, в каждой из которых можно пренебречь изменением переменной величины. Этого можно добиться при увеличении числа разбиений отрезка. На каждой такой части задачу решают по формулам для постоянных величин.

Далее составляют сумму (интегральную сумму), выражающую приближенное значение искомой величины. Переходя к пределу при $n \to \infty$, находят искомую величину I в виде интеграла

$I = \int_a^b f(x)dx$, где *f(x)* – данная по условиям задачи функция (сила, скорость и т. д.).

При организации изучения темы «Интеграл» необходимо учесть ряд факторов, влияющих на успешность обучения.

1. Необходимо тщательно подбирать теоретический материал, сочетая принципы научности, преемственности и доступности его изложения. Реализовать в полном объеме принцип научности при изучении интеграла в школьном курсе математики не удается, ввиду отсутствия необходимого для вывода и доказательств формул, правил и теорем математического аппарата у учащихся. Но в процессе обучения у ребят должны сформироваться правильное понимание процесса интегрирования и его закономерностей.

2. Важно выбрать оптимальный способ представления учащимся теоретического материала. При изложении теории необходимо учесть общий уровень математической подготовленности класса и каждого учащегося в отдельности, психологические и возрастные особенности детей, их мышления. Преподавание должно быть максимально интересным, доступным, вестись систематично и последовательно.

3. Систему упражнений и задач нужно конструировать так, чтобы создать наилучшие условия для усвоения базовых понятий, формул и свойств, развивать у детей критическое мышление и способность анализировать. Этому в значительной степени способствуют практические задачи, задачи на исследование и доказательство.

4. Сделайте обучение более доступным и наглядным. Для лучшего понимания и запоминания материала, для визуализации изучаемых понятий процессов необходимо использовать на уроках различные виды наглядности (модели, чертежи, схемы, графики, таблицы, построения с помощью программы Geogebra и др.)

Повышению эффективности и прикладной направленности обучения во многом способствует решение практических задач. Учащимся важно показать актуальность применения математических методов в других науках, в частности, при изучении других предметов - химии, физики и биологии. Наиболее интересным и доступным для школьников является использование физических моделей при введении понятия интеграл. При рассмотрении понятия интеграла следует учесть, что его определение вводится в абстрактной форме. Поэтому основная проблема, стоящая перед учителем, заключается в конкретизации, то есть в представлении за математическими терминами и их определениями конкретных образов. На данном этапе изучения материала огромную помощь учащимся могут оказать тщательно подобранные задачи и примеры. Наряду с классическими задачами из учебников алгебры о перемещении материальной точки и о вычислении массы стержня, при введении понятия интеграла можно эффективно использовать и другие. Интеграл, как предел интегральных сумм, можно доступно и наглядно для обучающихся вводить на примере задач о давлении жидкости на стенку сосуда.

Задача. Бассейн наполнен водой. Найдите давление воды на прямоугольную стену бассейна с основанием прямоугольника, равным a и высотой H.

Решение: Высоту бассейна H разделим на n равных частей (каждую обозначим Δh). Стена разобьется на «элементы». Известно, что один кубический метр воды весит одну тонну, тогда давление столба жидкости высоты h_i м и площадью сечения 1 $м^2$ равно h_i тоннам. Если элемент расположен на глубине h_i, то давление воды на него вычисляется как произведение h_iна площадь элемента: $h_i\ \cdot\ a\ \cdot\Delta h$. Обозначим через $F(h¿¿i)¿$ данное произведение $h_i\cdot\ a\ \cdot\Delta h$. Тогда величину давления воды на всю стену бассейна можно считать приближенно равной $P_n \approx F_1(h_1)\Delta h_1 + \ldots + F_n(h_n)\Delta h_n$. Данную сумму называют интегральной суммой функции *F(h)* на отрезке *[0;H]* . Необходимо обратить внимание учащихся, что функция *F(h)* должна быть непрерывна на отрезке *[0;H]* и может принимать на нем любые значения. Если высоты «элементов» разбиения стремятся к нулю, $n \to \infty$, то точное выражение суммы равно $\lim_{\Delta h \to 0} P_n$. Данный предел называют определенным интегралом от функции *F(h)* на отрезке *[0;H]* и обозначают

$$\int_0^H F(h)\,dh\cdot$$

Систематическое решение прикладных задач и самостоятельное их составление обучающимися позволяет в полной мере развивать такие универсальные учебные действия (сформулированные во ФГОС):

- умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности её решения;

- умение определять понятия, устанавливать аналогии, устанавливать причинно – следственные связи, строить логические рассуждения и делать выводы;

- умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач.

В современном мире нужны активные формы и методы обучения, при которых перед обучающимися ставятся жизненные задачи, требующие одновременного применения теоретических знаний и быстрого выполнения практических действий. Такой подход ведет к формированию неподдельного интереса к математике и является залогом ее успешного изучения, также способствует формированию общих и профессиональных компетенций будущих специалистов.

Таким образом, решение представленных задач формирует такие специальные качества, как умение строить математические модели реальных процессов и явлений, исследовать и изучать их, а следовательно, способствует развитию мышления, памяти, внимания и речи учащихся.

Кроме того, использование физических задач для изучения интеграла в школьном курсе алгебры и начал анализа позволять сформировать наглядные образы изучаемого понятия, повысить осознанность усвоения темы. В свою очередь, в физике интеграл используется как средство решения задач. Отметим, что без понимания сути данного понятия, его свойств осознанное решение задач физики невозможно. Учителю необходимо регулярно осуществлять и подчеркивать тесную связь математики и физики как в ходе изучения темы «Интеграл», так и при решении физических задач.