Логическая культура учащихся на уроках математики.

Математика проникает почти во все области деятельности человека, что положительно сказалось на темпе роста научно-технического прогресса. В связи с этим стало жизненно необходимым усовершенствовать математическую подготовку подрастающего поколения. Современную школу отличает гуманизация образования, усиление внимание к ученику, к его саморазвитию. Преобразования, происходящие в системе образования России, связаны с переориентацией на приоритет развивающей функции, которое формулирует по существу одну цель, состоящее в том, что обучение должно вести к умственному, нравственному и физическому развитию учащихся. Одна из целей школьного обучения математике – способствовать развитию логического мышления учащихся. Умение логически мыслить считается важным компонентом образования, и обучение этому умению является такой же необходимой задачей школы, как и передача знаний. Логическая культура не является врождённой: её надо непрерывно воспитывать, начиная с дошкольного возраста, затем в начальной и средней школе, в вузе и аспирантуре.

При изучении математического курса среднего звена учащиеся повсеместно сталкиваются с трудностями логического характера, проистекающими из самой сущности математики как науки, из особенностей её понятий и методов. Особенно трудно приходится учащимся седьмых классов, впервые приступающие к изучению систематического курса геометрии, для успешного усвоения которого необходим достаточно высокий уровень развития логической культуры. Им очень трудно дается даже умение держать нить рассуждения. Иногда, в ходе решения они только намечают схему доказательства и обосновывают некоторые, часто не основные утверждения, не понимая необходимости обоснования каждого отдельного этапа решения, ссылаясь на их очевидность или на рисунок к задаче. Ребята не умеют анализировать, не видят связь между теорией и задачами. Все это говорит о недостаточном развитии логической культуры. Целесообразность развития логического мышления у школьников бесспорна. Какую бы они в будущем не выбрали профессию интеллектуального или физического труда им логическая культура необходима и не только для освоения, но и для успешности в ней.

Из опыта своей работы (стаж 30 лет) я знаю, что школьник, умеющий осмысливать и упорядочивать поток информации, найдёт в нем могучий источник умственного развития, а не умеющий – будет попадать в водовороты, от полученных знаний в школе   в его голове может остаться только хаос. И таких ребят не мало. Как же научить учащихся вносить порядок в те знания, которые они усваивают? Как развить в них умение устанавливать отношения и связи между самыми разнообразными сведениями?

Среди разнообразных технологий я выбрала технологию РО Эльконина – Давыдова. Данная технология это система поисков общих способов действия. Поиск – это основное состояние ученика на уроке, общий способ – это основная цель ученика на уроке, действие то, что стоит для ученика за каждой учебной схемой и понятием, описывающем свойства изучаемого объекта. Сама технология предполагает развитие логической культуры и ее компонентов. В обучении использую как репродуктивный метод, так и исследовательский и частично – поисковый, что позволяет, включит учащихся в ситуацию творческой деятельности.

Какие же компоненты логической культуры должны быть сформированы у учащихся? Отмечу, следующие из них:

- ✓ Конструировать определения математических понятий;
- ✓ Выделять общие и специфические признаки математических понятий;
- ✓ Распознавать математические объекты по их определению;
- ✓ Выстраивать «цепочки» умозаключений (индуктивные и дедуктивные доказательства);

- ✓ Выявлять структуру теоремы и ее вид (простая или сложная);
- ✓ Определять вид доказательства (прямое или косвенное);
- ✓ Проводить рассуждения по поиску доказательства;
- ✓ Находить логические ошибки в рассуждениях;
- ✓ Выдвигать гипотезы и проверять их на достоверность;
- ✓ Составлять алгоритм (план) решения задачи;
- ✓ Классифицировать задачи по виду, по способам их решения;
- ✓ Выбирать ключевые задачи;
- ✓ Составлять аналогичные задачи;
- ✓ Расчленять задачу на простые задачи;
- ✓ Обобщать задачу;
- ✓ Проводить исследование результатов решенной задачи;
- ✓ Оценивать оптимальность способа решения задачи.

Приведу некоторые примеры из своей педагогической практике. Возьму тему «Целые уравнения» 9 класс.

У выпускника школы должно быть сформировано умение пользоваться различными методами решения задач и отыскивать оптимальное решение. Поставим более узкую задачу: сформировать у учащихся умение классифицировать уравнения по способам их решения. На первом этапе необходимо добиться, чтобы каждый ученик мог быстро визуально определить является ли уравнение целым (Приложение 1).

На следующем этапе формируем умения учащихся классифицировать способы , с помощью которых можно решить предложенное уравнение. Учащиеся выдвигают гипотезу о том, какими способами можно решить уравнение. После этого проверяем гипотезу на достоверность, а затем выбираем оптимальный способ решения (Приложение 2).

Далее учащиеся, работая в группах, выявляют существенные признаки уравнения и находят оптимальный способ решения для него, т.е. находят соответствия между уравнениями и способами решения (Приложение 3).

Для урока - семинара класс разбивается на группы. Каждая группа подбирает примеры уравнений, решаемых определённым способом; выявляют существенные признаки уравнения, решаемого этим способом. Результатом работы группы является задачник, составленный из уравнений, подобранных учениками, которые можно будет потом использовать при повторении (Приложение 4).

Итогом работы является выполнения диагностического задания на выявления уровня сформированности умения классифицировать уравнения по способам их решения у каждого ученика.

Учащиеся работают индивидуально, для предложенных уравнений выбирают оптимальный способ решения. Работа проверяется после её выполнения, и ребята выписывают количество совпадений (Приложение 5).

Затем вычисляется по формуле уровень сформированности компонентов логической культуры. По результатам диагностики проводится коррекционная работа с теми, кто не достиг допустимого уровня.

При сознательном усвоении математических знаний учащиеся пользуются основными операциями мышления в доступном для них виде: анализом и синтезом, сравнением, абстрагированием и конкретизацией, обобщением: ученики делают индуктивные выводы, проводят дедуктивные рассуждения. Сознательное усвоение учащимися математических знаний развивает математическое мышление учащихся. Овладение мыслительными операциями в свою очередь помогает учащимися усваивать новые знания.

Свои разработки (уроки, тематическое планирование, предпрофильные курсы) выстраиваю таким образом, чтобы все способствовало развитию логической культуры учащихся, сознательному освоению изучаемого материала. О продуктивности моей работы говорят успехи как мои (например, в 2009 г заняла: второе место в региональном фестивале – конкурсе «Учитель профильной школы» в номинации «Учитель- автор лучшего предпрофильного курса», второе место в областном конкурсе «Лучшее электронное приложение к уроку» в рамках Донского фестиваля «Образование. Карьера. Бизнес-2009», победитель в районном фестивале инновационных идей), так и моих учеников. Я работаю в класса с углубленным изучением английского языка, тем не менее каждый год один из учеников поступает в ЮФУ на мехмат (Янченков Г. 2007 г, Солёнова И. 2008 г, Пушков М. 2009г), ребята участвуют успешно как в математических олимпиадах (Янченков Г. в 2005 г. 2-место, Зинченко А. в 2009г 2 место), так в Международном конкурсе «Кенгуру» (в десятку лучших по району входят: Мирошник Ю, Морозова А, Закарян Л, Соленова А, Ризаева Д., а в 2008 Малахова Л. была первой в районе). Ребята без проблем поступают в институты по результаты ЕГЭ по математики на («4» и «5» в 11 классе сдали в 2005 году - 72 %, в 2006 – 90% , в 2008 г. – 62%, в 9 классе сдали на «4» и «5» в 2007г – 95 %).

Слова Аристотеля “Ум заключается не только в знании, но и в умении прилагать знания на деле” и Р.Декарта “Для того, чтобы усовершенствовать ум, надо больше размышлять, чем заучивать” и должны стать для учащихся руководством к действию в процессе обучения.

Приложение 1.

Из всех уравнений выбрать целые и назвать число, составленное из номеров целых уравнений:

1) $\sqrt{x+5} = 6x - 3$,
2) $x^6 + 4x^5 + 7x^4 -$ ¿ $6x^3 - 10 = 0$,
3) $\frac{3+x}{x+5} = \frac{2x-1}{3}$,
4) $x^4 + 4x^2 + 16 = 0$,
5) $\sqrt[3]{9-x} = \sqrt[4]{x-25}$,
6) $\frac{1}{x+5} - 2x - 1 = 5$,
7) $x^{10} - 6x^3 = 4x^2 - 11$,
8) $x^2(x^3 - 2x) + 9 = x^5 - 13$.

Приложение 2.

Какими способами можно решить данное уравнение?

<table>
<tr><td rowspan="9">$5x^4 - 3x^3 - 4x^2 - 3x + 5 = 0$</td><td>Графический способ</td></tr>
<tr><td>Разложения на множители с помощью т. Безу</td></tr>
<tr><td>Формула Кардано</td></tr>
<tr><td>Введение новой переменой</td></tr>
<tr><td>Формулы Виета</td></tr>
<tr><td>Метод «пристального» взгляда</td></tr>
<tr><td>Разложение на множители способом группировки</td></tr>
<tr><td>Извлечение корня ń-ой степени</td></tr>
<tr><td>Вынесение общего множителя за скобки</td></tr>
</table>

Приложение 3.

Уравнения	Способы решения
$7\ x^6 - 2x^5 + 2X^4 - 4x^3 + \ 3x^2 - 6 = 0$	Графический способ
$x(x - 0{,}5)(x + 1)(x + 1{,}5) = 189$	Разложения на множители с помощью т. Безу
$4x^3 + x^2 - 11x + 6 = 0$	Формула Кардано
$x^3 + x = 0$	Введение новой переменой
$x^3 - 4x^2 - 3x + 5 = 0$	Формулы Виета
$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$	Метод «пристального» взгляда
$3x^3 + x + 30 = 0$	Разложение на множители способом группировки
$x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 7x + 1 = 0$	Извлечение корня ń-ой степени
$x^9 - 2x^8 + 2x^5 - 4x^4 + 3x - 6 = 0$	Вынесение общего множителя за скобки

Приложение 4.

Верно ли утверждение?

1. Любое целое уравнение можно решить.
2. Степень уравнения зависит от степени многочлена.
3. Степень многочлена указывает на максимальное количество корней уравнения , которое оно может иметь.
4. Целое уравнение всегда имеет корни.
5. Любое целое уравнение можно решить методом разложения на множители.
6. При определении количества корней уравнения, лучше воспользоваться графическим способом.
7. Уравнение $x^6 + 7x^4 + 3x^2 + 17 = 0$ не имеет корней.
8. Зная корни уравнения, можно составить само уравнение.
9. Чтобы определить тип уравнения его надо представить в стандартном виде.
10. Если у уравнения коэффициенты одинаково удалены от начала и от конца и равны между собой, то уравнение будет возвратным.

Группа «Пифагора»

Данное уравнение $5x^4 - 3x^3 - 4x^2 - 3x + 5 = 0$ решите наибольшим количеством способов. Составьте алгоритм ваших рассуждений.

Группа «Алгоритм»

Не решая уравнение, определите, какое из них имеет корень $x = -1$. Решите это уравнение.

1) $7x^3 + 2x^2 - 2x + 7 = 0$, 2) $4x^5 - 6x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 6x - 4 = 0$, 3) $x^7 + 5x^6 - 2x^5 - 7x^4 - 7x^3 - 2x^2 + 5x + 1 = 0$, 4) $3x^6 - 2x^5 - 5x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 2x + 3 = 0$, Группа «Умники»
Вместо звёздочек в уравнениях поставьте такое число, чтобы среди его корней был корень $x = 1$. Реши одно из уравнений. a) $x^8 - 9x^6 + 6x^5 \;\star = 0$, b) $4x^6 \star x^5 - 2x^4 - x - 4 = 0$, c) $\star x4 + x^3 - 2x^2 - x - 1 = 0$, d) $6x^7 - 5x^3 - 2x^2 + x + \star 5 = 0$, e) $-x^{51} \; \star x^{42} - 12x^{23} + x^2 + 6 = 0$ Группа «Всезнайки »
Выберите подстановку с помощью которой можно решить уравнение, докажи свой выбор. $(x^2 + x - 1)(x^2 + x + 2) = 40$ Подстановки : $y = x^2$ $y = x^2 + x + 2$ $y = x^2 + x - 1$ $y = x^2 + x$ $y = x$ Группа Архимед.

Приложение 5.

Укажите для каждого уравнения оптимальный способ его решения.

$x^3 - 5x^2 + 7x - 2 = 0$	$x^4 - 6x^3 - 5x^2 - 6x + 1 = 0$	$x^3 - 9x = 0$
$x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6 = 0$	$x^3 + 7x^2 + 8 = 0$	

Приложение 6.

$$K = \frac{\sum_{j=1}^{n} Lj}{L \cdot n} \cdot 100\%,$$

где Lj-количество компонентов сформированных у учащегося,

n- количество учащихся в классе,

L-количество компонентов подлежащих исследованию,

Уровни:

оптимальный 86 – 100%,

критический 50 – 70 %

допустимый 71 – 85 %,

недопустимый менее 50%.